A. Tính toán thủy văn

Biên soạn: GS. TS. Ngô Đình Tuấn
PGS. TS. Đỗ Cao Đàm

www.vncold.vn

Chương 1
THU THẬP VÀ PHÂN TÍCH TÍNH TOÁN SỐ LIỆU CƠ BẢN

1.1. NHIỆM VỤ VÀ NỘI DUNG TÍNH TOÁN THỦY VĂN

1.1.1. Nhiệm vụ của tính toán thủy văn

Dự báo các đặc trưng thủy văn có thể xảy ra cho công trình trong thời gian thi công và vận hành, cung cấp cơ sở cho thiết kế công trình.

1.1.2. Nội dung tính toán thủy văn

1) Các đặc trưng dòng chảy năm, dòng chảy các thời khoảng và phân phối theo thời gian phù hợp tiêu chuẩn thiết kế.
2) Lưu lượng đỉnh lũ, lượng lũ các thời khoảng ứng với các tần suất thiết kế và quá trình nước lũ thiết kế, tổ hợp lũ thiết kế theo khu vực và lũ phân kỳ.
3) Tính mưa lớn nhất khả năng (mưa cực hạn PMP) và lũ lớn nhất khả năng (lũ cực hạn PMF).
4) Bốc hơi và các đặc trưng thủy văn khác.
5) Đường quan hệ mực nước lưu lượng ở khu vực nhà máy.
6) Tính toán bùn cát.
7) Tính toán thủy văn cho tiêu ngập ở khu vực đồng bằng.

1.1.3. Những điểm cần chú ý khi tính toán thủy văn

Tính toán thủy văn hiện nay là dựa vào các tài liệu thủy văn thực đo hoặc điều tra khảo sát, thông qua các phương pháp tương quan bổ sung kéo dài số liệu, tính toán phân tích tần suất hoặc khái quát thành các công thức lý luận để xác định được các quá trình thủy văn theo tiêu chuẩn thiết kế. Tài liệu thủy văn và khí tượng ở nước ta tương đối ngắn, chuỗi quan trắc khoảng 30 năm. Theo lý thuyết thống kê, để xác định các đặc trưng thủy văn với tần suất nhỏ trên cơ sở số liệu đó sẽ có sai số thống kê lớn. Vì vậy, khi tính toán cần chú ý các điểm sau:

1) Khâu thu thập, chỉnh biên và thẩm tra số liệu cơ bản.
2) Chọn phương pháp tính toán phù hợp với yêu cầu thiết kế của công trình, điều kiện cụ thể của lưu vực. Khi có điều kiện nên tính toán theo nhiều phương pháp, so sánh phân tích chọn giá trị tính toán hợp lý để làm đặc trưng thiết kế.

www.vncold.vn

3) Trong khi xử lý các thông số, nếu thấy khó xác định nên chọn thông số an toàn cho công trình. Nếu số lượng các thông số nhiều cần tránh xu hướng thông số nào cũng lấy an toàn một chút dẫn tới kết quả cuối cùng lớn quá mức.
4) Cần kiểm tra tính hợp lý của kết quả tính toán từ nhiều góc độ. Khi số liệu quá kém cần phân tích nếu thấy không hợp lý thì có thể hiệu chỉnh lại.

1.2. TÀI LIỆU CƠ BẢN

Thu thập và chỉnh lý số liệu cơ bản là cơ sở để phân tích tính toán thủy văn. Những số liệu đó bao gồm tình hình lưu vực, số liệu khí tượng thủy văn, tùy thuộc vào yêu cầu thiết kế.

1.2.1. Tình hình l- u vực

Tình hình cơ bản về lưu vực bao gồm vị trí địa lý, địa hình - địa mạo, hướng chảy, đặc trưng mặt cắt sông, tình hình khai thác thủy lợi và giữ đất giữ nước trong lưu vực và các đặc trưng địa lý tự nhiên khác.

Diện tích lưu vực, độ cao, độ dốc bình quân của lưu vực, độ dốc lòng sông phải được xác định trên bản đồ địa hình có tỷ lệ thích hợp.

Tùy theo yêu cầu cần thu thập thêm các số liệu về thổ nhưỡng, thảm thực vật, mật độ lưới sông, hệ số uốn khúc, hệ số ao hồ, diện tích khu vực khép kín, khu vực chảy ngầm, các công trình dẫn nước, tích nước, phân chậm lũ...

Khi thu thập số liệu cơ bản của lưu vực cần lưu ý đến các số liệu ảnh hưởng tới mưa, dòng chảy và sự hình thành lũ, nếu cần thiết cần tổ chức điều tra thực địa.

1.2.2. Thu thập, chỉnh lý và thẩm tra tài liệu khí t- ợng thủy văn

1. Tài liệu mực nước, lưu lượng

Tài liệu mực nước, lưu lượng gồm tài liệu thực đo ở các trạm cơ bản của quốc gia, các trạm mực nước và các trạm dùng riêng của Thủy lợi, thủy điện, nông nghiệp, giao thông, lâm nghiệp, tài liệu điều tra lũ, điều tra kiệt, các ghi chép lịch sử và các văn bản nghiên cứu phân tích của các đơn vị hữu quan. Chúng được lấy từ các niên giám, các Atlas thủy văn, các niên giám thống kê, sổ tay thủy văn do các tỉnh, các địa phương biên soạn, các tài liệu chỉnh biên lũ lịch sử, các dự án phát triển tài nguyên nước...

Để đảm bảo độ tin cậy của kết quả tính toán cần tiến hành kiểm tra theo các hạng mục sau:

1) Tìm hiểu tình hình trạm, phương pháp quan trắc và phương pháp chỉnh biên, đặc biệt chú ý kiểm tra mốc cốt chuẩn của trạm.
2) Khi có lũ lớn có hiện tượng xói bồi không? có hiện tượng bất hợp lý khi chỉnh biên không? phân tích nguyên nhân bất hợp lý đó.

3) Phân tích đường quan hệ mực nước, lưu lượng, căn cứ vào tình hình xói bồi lòng sông để kiểm tra tính hợp lý của quan hệ đó, đặc biệt là tính hợp lý kéo dài phần nước cao.
4) So sánh cao trình của mực nước điều tra lũ lịch sử với mực nước của những trận lũ lớn thực đo, kiểm tra sử dụng hệ số nhám và độ dốc có hợp lý không? kết quả tính lưu lượng có chính xác không?
5) So sánh cân bằng lượng dòng chảy năm, dòng chảy tháng giữa trạm đo với trạm trên, trạm dưới, so sánh kiểm tra tính hợp lý lưu lượng đỉnh lũ, lượng lũ và quá trình lũ của cùng trận lũ với trạm trên trạm dưới.
6) So sánh lượng dòng chảy năm, dòng chảy tháng lưu lượng đỉnh lũ, lượng lũ với lưu vực lân cận có cùng điều kiện hình thành dòng chảy.
7) Khi kiểm tra tài liệu thủy văn cũng có thể so sánh với tài liệu khí tượng của lưu vực, thí dụ so sánh quá trình mưa với quá trình lũ tương ứng.

2. Tài liệu khí tượng

Các tài liệu khí tượng bao gồm nhiệt độ không khí, độ ẩm, hướng gió, tốc độ gió, lượng mưa, bốc hơi, nhật chiếu và các tài liệu thám không. Tài liệu thám không gồm khí áp, nhiệt độ không khí, độ ẩm, hướng gió, tốc độ gió... của tầng cao quy định (và tầng đặc trưng), nếu cần thiết thu thập cả tài liệu bản đồ sy nốp, ra đa, bản đồ mây vệ tinh.

Về tài liệu mưa, ngoài các niên giám đã công bố còn cần thu thập các bản đồ đẳng trị lượng mưa, mưa cực hạn, các tài liệu điều tra về mưa lịch sử và các văn bản ghi chép về tình hình mưa lũ, hạn... Ngoài tài liệu của các hệ thống trạm cơ bản cần thu thập số liệu quan trắc đo đạc của các ngành khác, của nhân dân, đối với những khu vực thiếu số liệu quan trắc thì các tài liệu này lại càng quan trọng.

Tài liệu bốc hơi chủ yếu là bốc hơi mặt nước từ các dụng cụ đo bốc hơi bằng ống piche, thùng GGI, chậu A ở trên vườn, trên bè (hồ) ở khu vực công trình và gần công trình, hệ số chuyển đổi giữa lượng bốc hơi đo bằng ống piche thành lượng bốc hơi mặt nước lớn thích hợp.

Chỉnh lý tài liệu khí tượng khác tiến hành tùy theo yêu cầu của tính toán thủy văn và theo quy định chung của chỉnh lý tài liệu khí tượng. Khi kiểm tra các tài liệu khí tượng ngoài việc tìm hiểu phương pháp đo đạc, phương pháp chỉnh biên, hiệu chỉnh số liệu.. còn cần chú ý đến các ghi chép về các trận mưa lớn thực đo, các tài liệu điều tra mưa, đánh giá tính đại biểu và mức độ tin cậy của lượng mưa, phân bố mưa và quá trình mưa. Khi kiểm tra cần tranh thủ ý kiến của các cán bộ khí tượng.

3. Các tài liệu thủy văn khác

Các tài liệu thủy văn khác bao gồm nhiệt độ nước, chất lượng nước, thủy triều, tùy theo yêu cầu của công trình mà thu thập.

Về nhiệt độ nước cần thu thập nhiệt độ nước trung bình tháng, năm hoặc của thời khoảng, nhiệt độ nước cao nhất, thấp nhất.

www.vncold.vn

Chất lượng nước chủ yếu là hàm lượng các hóa chất và tổng lượng chất hòa tan thí dụ như axit suyn-fua-rich, axit cac-bô-nich, các chất oxy hóa và pH, COD, DO, Ca, Mg, Fe, Al, Ni, Zn, Mn, độ cứng, độ khoáng...

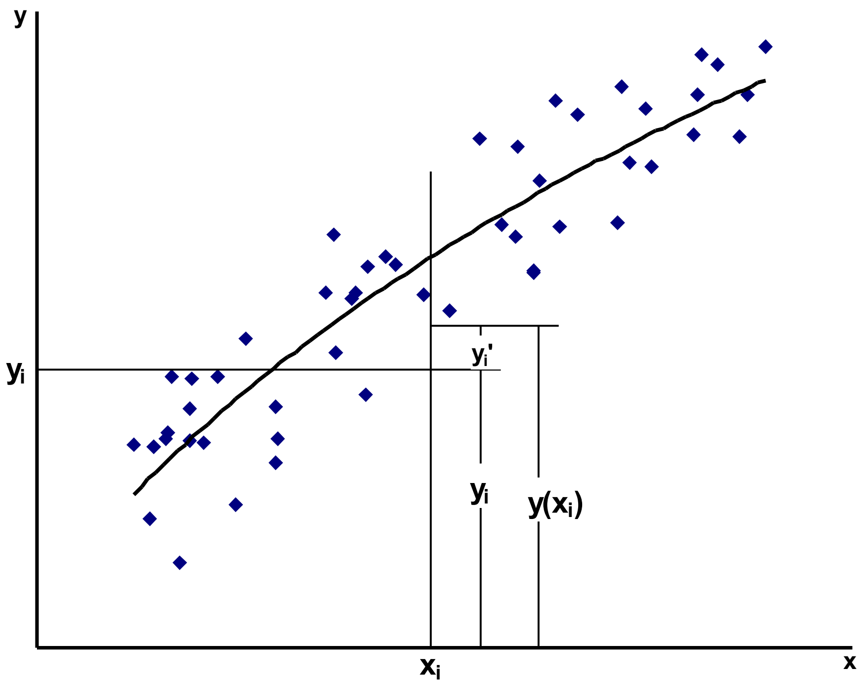
Khi thiết kế các công trình thủy ở vùng triều còn cần thu thập tài liệu về mực nước triều, lưu lượng triều và dạng triều...

1.3. PHÂN TÍCH T ƠNG QUAN VÀ TẦN SUẤT

1.3.1. Phân tích t- ơng quan

1. Phân tích tương quan và ứng dụng

Khi biến số thủy văn Y có quan hệ định lượng với nhiều biến số (nhân tố) X, X_1, X_2, ... để đơn giản người ta chỉ chọn nghiên cứu quan hệ giữa Y với một (hoặc vài) biến số chủ yếu của X đó là *quan hệ tương quan* (hình 1-1). Quan hệ tương quan khác quan hệ hàm số, khi có một giá trị của biến độc lập X có thể có nhiều giá trị của biến phụ thuộc Y(x) tương ứng xuất hiện, thông thường chỉ chọn một giá trị $\overline{y}(x)$ có khả năng xuất hiện nhiều nhất làm ước lượng và đồng thời cũng cho biết khả năng sai số của y.

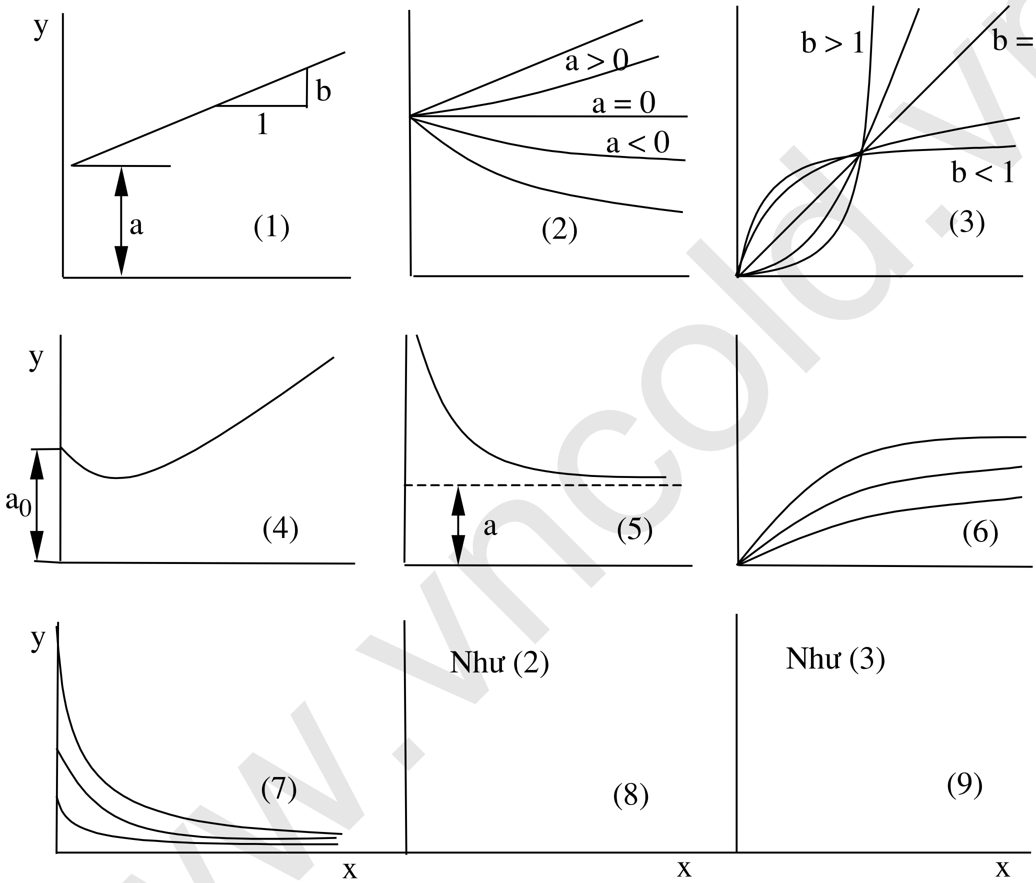


Hình 1-1. Quan hệ tương quan 2 biến y, x

Đường quan hệ giữa ước lượng y với x được gọi là đường hồi quy hay đường cong hồi quy.

Phân tích tương quan gồm hai nội dung:

- Xây dựng quan hệ tương quan trên cơ sở số liệu đã quan trắc.
- Tính các giá trị của biến số thủy văn trên cơ sở quan hệ tương quan vừa xác định. Để tránh hoặc giảm nhỏ sai số của phân tích tương quan cần chú ý các nội dung sau:
  1) Quan hệ tương quan được xây dựng trên cơ sở số liệu quan trắc, nếu số liệu có sai sót thì không thể có quan hệ tương quan tin cậy, vì vậy việc thu thập và kiểm tra phân tích số liệu là quan trọng.



Hình 1-2. Một số dạng quan hệ tương quan

Bảng 1-1. Bảng quan hệ một số dạng đường cong và các biến đổi thành dạng tuyến tính

Dạng hàm số		Tọa độ sau khi biến đổi số		Phương trình đường thẳng sau khi biến đổi biến số
		Trục hoành	Trục tung	
1	$y = a + bx$	x	y	$[y] = a + b[x]$
2	$y = be^{ax}$	x	$l$gy	$[l\,g\,y] = l\,g\,a + (al\,ge)[x]$

Dạng hàm số		Tọa độ sau khi biến đổi số		Phương trình đường thẳng sau khi biến đổi biến số
		Trục hoành	Trục tung	
3	$y = ax^b$	lgx	lgy	$[lg\,y] = lg\,a + b[lgx]$
4	$y = a_0 + a_1x + a_2x^2$	$x - x_0$	$\frac{y - y_0}{x - x_0}$	$\frac{y - y_0}{x - x_0} = a_1 + 2a_1x_0 + a_2[x - x_0]$
5	$y = a + \frac{b}{x}$	$\frac{1}{x}$	y	$[[y]] = a + b\left[\frac{1}{x}\right]$
6	$y = \frac{x}{a + bx}$	x	$\frac{x}{y}$	$\left[\frac{x}{y}\right] = a + b[x]$
7	$y = \frac{a}{b + cx}$	x	$\frac{1}{y}$	$\left[\frac{1}{y}\right] = \left(\frac{b}{a}\right) + \left(\frac{c}{a}\right)[x]$
8	$y = c + be^{ax}$	x	$lg\frac{\Delta y}{\Delta x}$	$\left[lg\frac{dy}{dx}\right] = lg(ab) + (a\,lg\,e)[x]$
9	$y = c + ax^b$	lgx	$lg\frac{\Delta y}{\Delta x}$	$\left[lg\frac{dy}{dx}\right] = lg(ab) + (b-1)[x]$

2) Phải kết hợp phân tích quan hệ tương quan với phân tích nguyên nhân hình thành để chọn lựa được nhân tố chủ yếu nếu không sẽ cho ta kết quả không tốt. Khi đã có quan hệ tương quan thì cần có giải thích về ý nghĩa vật lý và phân tích tính hợp lý của kết quả.

3) Khi xây dựng quan hệ tương quan không được tùy tiện loại bỏ hoặc sửa chữa các điểm đột xuất, cần tìm hiểu nguyên nhân, đồng thời cũng phải ước lượng sai số tương quan hoặc cho biết hệ số tương quan để tiện đánh giá.

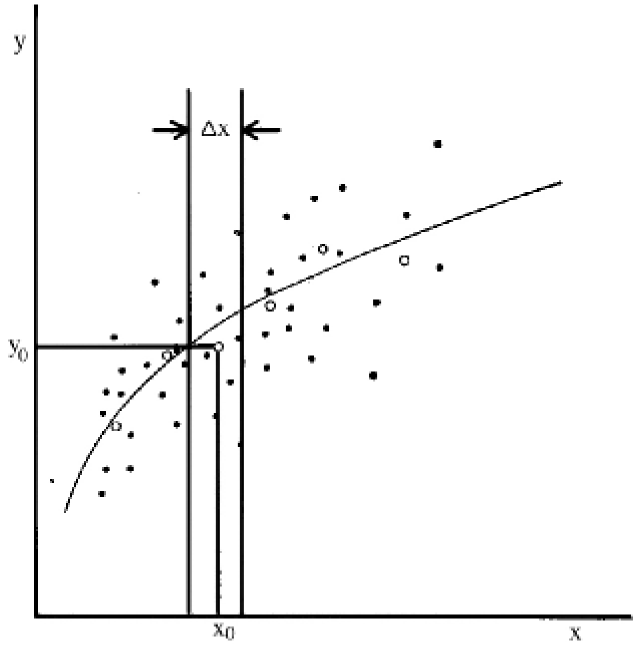
2. Phương pháp tương quan hai biến - đồ giải

1) Phương pháp thích hợp: Giả thiết x_i, y_i (i = 1, 2, ..., n) là n đôi tương ứng số liệu thực đo của biến số hai chiều, vẽ trên giấy kẻ ly (theo trục hoành và trục tung) được n điểm, qua trung tâm băng điểm ta vẽ đường trung bình sao cho chênh lệch các điểm ở hai bên đường trung bình là cân bằng nhau. Phương pháp này thích hợp trong trường hợp tương quan đường thẳng và dễ xác định đường trung bình.

2) Phương pháp thay đổi biến số: nếu các điểm có quan hệ phân tán và có xu thế cong ta có thể thay đổi biến số u = v(x), u = v(y) và vẽ trên giấy kẻ ly biến số mới, thấy có xu thế đường thẳng thì dùng phương pháp thích hợp vẽ tương quan đường thẳng như trên, sau đó đổi biến ngược lại ta được tương quan đường cong. Khi chọn đổi biến số có thể theo xu thế đường cong và tham khảo hình 1-2.

www.vncold.vn

3) Phương pháp chia đoạn: theo trục hoành X chia thành một số đoạn, tính toán trị trung bình của từng đoạn y_0, x_0 vẽ trên hình 1-3 với mục đích giảm thiểu ảnh hưởng của các nhân tố phụ để điểm (trung bình) tập trung dễ dàng cho việc xác định đường quan hệ. Phương pháp này chỉ thích hợp trong trường hợp có nhiều điểm quan hệ.



Hình 1-3

3. Phương pháp tương quan ba biến - đồ giải

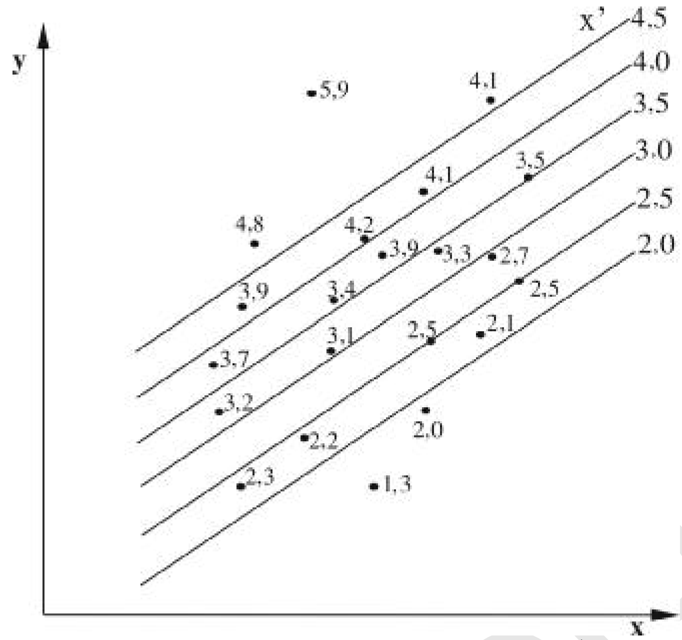
Tương quan ba biến là chỉ quan hệ giữa biến Y và hai biến X_1, X_2. Giả thiết có các số liệu thực đo (y_i, x_i, x_i': i = 1, 2, ..., n) có thể phân nhóm x' sao cho các nhóm x' đó có giá trị xấp xỉ nhau, sau đó xây dựng quan hệ tương quan riêng giữa Y và X cho riêng từng nhóm, vẽ chung lên một biểu đồ và chú giải x' lên hình ta được tương quan ba biến - đồ giải. Phương pháp này thích hợp cho trường hợp có nhiều số liệu.

Theo thói quen người ta thường vẽ quan hệ giữa 2 biến X và Y lên biểu đồ và ghi chú các giá trị x' bên cạnh, theo xu thế ta vẽ quan hệ Y với X lấy x' làm tham số (hình 1-4). Trong thực tế việc xác định đường quan hệ không dễ, cần kết hợp với phân tích nguyên nhân vật lý.

Ngoài ra có thể sử dụng phân tích tương quan từng bước. Trước tiên xây dựng quan hệ giữa Y với một biến X tìm được đường tương quan hai biến $\hat{Y}(x)$ sau đó tìm chênh lệch y_i' của từng giá trị, có nghĩa là:

$$y_i = \hat{Y}(x_i) + y_i' \qquad (1\text{-}1)$$

www.vncold.vn



Hình 1-4. Quan hệ tương quan 3 biến

Ta lại tìm quan hệ giữa y_i' với x_i' được quan hệ tương quan $\hat{Y}'(x')$ và chênh lệch y_i'', thay vào (1-1) ta có:

$$y_i = \hat{Y}(x_i) + y_i' = \hat{Y}(x_i) + \hat{Y}'(x_i') + y_i'' \qquad (1\text{-}2)$$

Đó là quan hệ tương quan ba biến. Theo nguyên lý có thể tìm quan hệ nhiều biến hơn nữa nhưng do hạn chế về số lượng và chất lượng tài liệu thủy văn nên người ta ít dùng số biến nhiều hơn 3.

4. Phương pháp hồi quy

Phương pháp đồ giải tương đối trực quan và tiện lợi nhưng còn mang tính chủ quan do đó còn dùng phương pháp giải tích để xác định quan hệ tương quan, đánh giá mức độ chặt chẽ của quan hệ tương quan. Trong thủy văn dùng phổ biến nhất là phương pháp hồi quy tuyến tính, dựa trên nguyên lý bình phương nhỏ nhất $\sum\left(y_i'\right)^2 \to \min$ để xác định quan hệ tương quan.

1) Phương trình hồi quy đường thẳng có dạng:

$$y = \hat{Y}(x) = A + Bx \qquad (1\text{-}3)$$

trong đó A và B được xác định như sau:

$$B = \frac{\sum x_i y_i - n\overline{x}\,\overline{y}}{\sum x_i^2 - n\overline{x}^2}$$
$$A = \overline{y} - B\overline{x} \qquad (1\text{-}4)$$

với:

n - số số liệu,

$\bar{x}, \bar{y}$ - giá trị bình quân của x_i, y_i.

2) Hệ số tương quan γ đánh giá mức độ chặt chẽ của quan hệ tương quan, xác định như sau:

$$\gamma = \frac{\sum x_i y_i - n\bar{x}\bar{y}}{\sqrt{\left(\sum x_i^2 - n\bar{x}\right)^2 \left(\sum y_i^2 - n\bar{y}\right)^2}} \tag{1-5}$$

Khi γ = ± 1 các điểm tương quan tập trung trên một đường hồi quy, là quan hệ hàm số khi γ = 0 thì hai biến số không tồn tại quan hệ tương quan đường thẳng. Trong thủy văn thường yêu cầu γ ≥ 0,8 và n lớn hơn 10 đến 15 (tùy theo C_V, C_V lớn yêu cầu n lớn).

Hiện nay máy tính tay đã có chức năng tính các thông số A, B và γ rất tiện lợi.

5. Tương quan tuyến tính bội

Trên đây ta xét quan hệ tương quan tuyến tính hai biến số giữa biến lượng độc lập chủ yếu, còn các biến lượng độc lập khác ảnh hưởng đến biến lượng phụ thuộc không đáng kể.

Trong thực tế tính toán thủy văn, dự báo thủy văn, chỉnh biên thủy văn... có nhiều trường hợp sự phụ thuộc đó không những chỉ chịu ảnh hưởng của một mà hai, ba biến số độc lập cũng có tác dụng xấp xỉ.

Ví dụ: Mực nước, lưu lượng ở trạm hạ lưu không những phụ thuộc vào mực nước ở trạm trên sông chính mà còn phụ thuộc vào mực nước, lưu lượng ở các trạm sông nhánh, lượng nước gia nhập khu giữa...

Mặt hồi quy là mặt phối hợp tốt nhất biểu thị hàm hồi quy của tổng thể. Mặt hồi quy được gọi là tuyến tính nếu tất cả các hàm hồi quy từng đôi một của chúng đều là tuyến tính. Lúc đó các mặt hồi quy trở thành mặt phẳng hồi quy.

Xét biến ngẫu nhiên Y phụ thuộc vào các biến ngẫu nhiên X_1, X_2, X_3, ..., X_4 phương trình hồi quy tuyến tính với quan trắc thứ i là:

$$Y = a + b_1(X_i)_1 + b_2(X_i)_2 + ... + b_k(X_i)_k \tag{1-6}$$

trong đó:

n - một hằng số;

$b_1, b_2, ..., b_k$ - các hệ số *hồi quy riêng phần.*

Vì mặt phẳng hồi quy phải chứa điểm trọng tâm nên phương trình (1-6) có thể viết:

$$\bar{Y} = a + b_1\bar{X}_1 + b_2\bar{X}_2 + ... + b_k\bar{X}_k \tag{1-7}$$

www.vncold.vn

và
$$Y-\overline{Y}=b_1\left[\left(X_i\right)_1-\overline{X}_1\right]+b_2\left[\left(X_i\right)_2-\overline{X}_2\right]+$$
$$+\ldots+b_k\left[\left(X_i\right)_k-\overline{X}_k\right] \tag{1-8}$$

Các hệ số hồi quy có thể được xác định bằng cách dùng phương pháp bình phương bé nhất. Có thể dẫn ra một tập hợp phương trình chuẩn tắc dưới đây (xem công thức 1-9).

$$\begin{cases}\sum_{i=1}^{n}Y_i=na+b_1\sum_{i=1}^{n}\left(X_i\right)_1+b_2\sum_{i=1}^{n}\left(X_i\right)_2+\ldots+b_k\sum_{i=1}^{n}\left(X_i\right)_k\\ \sum_{i=1}^{n}\left(X_i\right)Y_i=a\sum_{i=1}^{n}\left(X_i\right)_1+b_1\sum_{i=1}^{n}\left(X_i\right)_1^2+b_2\sum_{i=1}^{n}\left(X_i\right)_1\left(X_i\right)_2+\ldots+b_k\sum_{i=1}^{n}\left(X_i\right)_1\left(X_i\right)_k\\ \sum_{i=1}^{n}\left(X_i\right)_2Y_i=a\sum_{i=1}^{n}\left(X_i\right)_2+b_1\sum_{i=1}^{n}\left(X_i\right)_1\left(X_i\right)_2+b_2\sum_{i=1}^{n}\left(X_i\right)_2^2+\ldots+b_k\sum_{i=1}^{n}\left(X_i\right)_2\left(X_i\right)_k\\ \ldots\\ \sum_{i=1}^{n}\left(X_i\right)_kY_i=a\sum_{i=1}^{n}\left(X_i\right)_k+b_1\sum_{i=1}^{n}\left(X_i\right)_1\left(X_i\right)_k+b_2\sum_{i=1}^{n}\left(X_i\right)_k+\ldots+b_k\sum_{i=1}^{n}\left(X_i\right)_k^2\end{cases} \tag{1-9}$$

Giải đồng thời k + 1 phương trình sẽ được các giá trị của hệ số a, b_1, b_2, ... và b_k. Hệ phương trình này có thể được biểu thị dưới dạng ma trận đối với tính Compac.

Lúc đó biểu thức tổng quát của hệ số hồi quy có thể viết theo dạng

$$K_j=\frac{\sigma_y}{\sigma_{x_j}}\frac{D_{yx_j}}{D_{yy}} \tag{1-10}$$

trong đó:

σ_y - khoảng lệch quân phương của biến số phụ thuộc (hàm số);

σ_{x_j} - khoảng lệch quân phương của biến số độc lập;

D_{yx_j}; D_{yy} - các định thức con của định thức D.

$$D=\begin{vmatrix}1 & \gamma_{yx_1} & \gamma_{yx_2} & \ldots & \gamma_{yx_j} & \ldots & \gamma_{yx_n}\\ \gamma_{x_1y} & 1 & \gamma_{x_1x_2} & \ldots & \gamma_{y_1x_j} & \ldots & \gamma_{x_1x_n}\\ \gamma_{x_2y} & \gamma_{x_2x_1} & 1 & \ldots & \gamma_{y_2x_j} & \ldots & \gamma_{x_2x_n}\\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots\\ \gamma_{x_jy} & \gamma_{x_jx_1} & \gamma_{x_jx_2} & \ldots & 1 & \ldots & \gamma_{x_jx_n}\\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots\\ \gamma_{x_ny} & \gamma_{x_nx_1} & \gamma_{x_nx_2} & \ldots & \gamma_{x_nx_j} & \ldots & 1\end{vmatrix} \tag{1-11}$$

www.vncold.vn

Định thức con thứ nhất D_{yy} là định thức gốc D mà ta bỏ hàng thứ nhất và cột thứ nhất. Định thức con thứ hai D_{yx_1} là định thức gốc D bỏ hàng thứ nhất và cột thứ 2. Định thức con thứ ba D_{yx_2} ta bỏ trong D hàng thứ nhất và cột thứ 3...

Dạng tổng quát của định thức con D_{ij} nhận được bằng cách bỏ hàng thứ i và cột thứ j.

$$D_{yy} = \begin{vmatrix} 1 & \gamma_{X_1X_2} & \cdots & \gamma_{X_1X_j} & \cdots & \gamma_{X_1X_n} \\ \gamma_{X_2X_1} & 1 & \cdots & \gamma_{X_2X_j} & \cdots & \gamma_{X_2X_n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \gamma_{X_jX_1} & \gamma_{X_jX_2} & \cdots & 1 & \cdots & \gamma_{X_jX_n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \gamma_{X_nX_1} & \gamma_{X_nX_2} & \cdots & \gamma_{X_nX_j} & \cdots & 1 \end{vmatrix} \quad (1\text{-}12)$$

Phương trình mặt phẳng hồi quy sẽ là:

$$Y_1^0 = K_1X_1^0 + K_2X_2^0 + ... + K_nX_n^0 \quad (1\text{-}13)$$

trong đó:

$$Y_i^0 = Y_i - \overline{Y}; \qquad X^0 = X_{ji} - \overline{X}_j; \qquad i = 1, 2, ..., n; \quad j = 1, 2, ..., n.$$

Hệ số tương quan riêng được xác định theo công thức:

$$\gamma_{jk} = \frac{\sum_1^m \left(X_j - \overline{X}_j\right)\left(X_k - \overline{X}_k\right)}{\sqrt{\sum_1^m \left(X_j - \overline{X}_j\right)^2 \sum_1^m \left(X_k - \overline{X}_k\right)^2}} \quad (1\text{-}14)$$

và hệ số tương quan sẽ là:

$$R = \sqrt{1 - \frac{D}{D_{yy}}} \quad (1\text{-}15)$$

Lấy ví dụ n = 3, phương trình mặt hồi quy có dạng:

$$Y^0 = K_1X_1^0 + K_2X_2^0$$

$$K_1 = \frac{\sigma_y}{\sigma_{x_1}} \frac{D_{yx_1}}{D_{yy}}$$

$$K_2 = \frac{\sigma_y}{\sigma_{x_2}} \frac{D_{yx_2}}{D_{yy}}$$

Định thức D có dạng:

$$D = \begin{vmatrix} 1 & \gamma_{YX_1} & \gamma_{YX_2} \\ \gamma_{YX_1} & 1 & \gamma_{YX_2} \\ \gamma_{YX_2} & \gamma_{XX_2} & 1 \end{vmatrix} \tag{1-16}$$

Các định thức con của định thức D được rút ra trong biểu thức của hệ số hồi quy là:

$$D_{YX_1} = \begin{vmatrix} \gamma_{YX_1} & \gamma_{X_1X_2} \\ \gamma_{YX_2} & 1 \end{vmatrix} = \gamma_{YX_1} - \gamma_{YX_2}\gamma_{X_1X_2} \tag{1-17}$$

$$D_{YX_2} = \begin{vmatrix} \gamma_{YX_1} & 1 \\ \gamma_{YX_2} & \gamma_{X_1X_2} \end{vmatrix} = -\left[\gamma_{YX_1}\gamma_{X_1X_2} - \gamma_{YX_2}\right] =$$

$$= \gamma_{YX_2} - \gamma_{YX_1}\gamma_{X_1X_2} \tag{1-18}$$

$$D_{YY} = \begin{vmatrix} 1 & \gamma_{X_1X_2} \\ \gamma_{X_1X2} & 1 \end{vmatrix} = 1 - \gamma^2_{X_1X_2} \tag{1-19}$$

1.3.2. Phân tích tần suất

1. Chọn mẫu

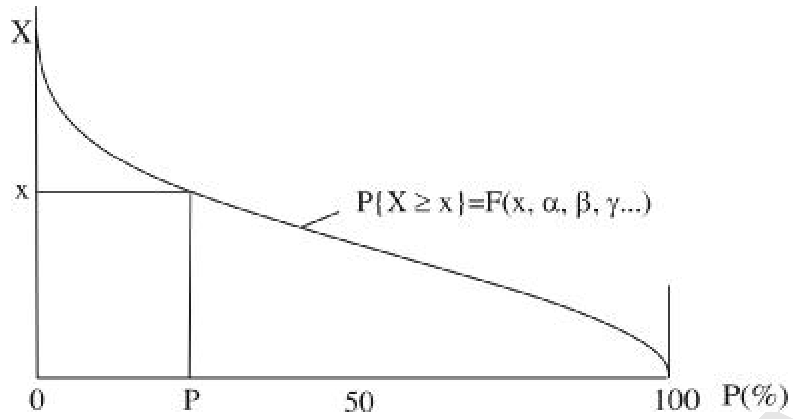
Các hiện tượng thủy văn như cường độ mưa, mực nước, lưu lượng... là biến liên tục theo thời gian, trên thực tế để đơn giản chọn đặc trưng thủy văn không liên tục để tính toán tần suất, thường là chọn giá trị đặc trưng đơn vị năm như Q_{max}, Q_{min} hoặc trị bình quân mùa, năm... Trong phân tích tần suất coi các đặc trưng năm là độc lập nhau và phù hợp với một quy luật phân bố nào đó.

Một mẫu gồm n năm số liệu là cơ sở của phân tích tần suất; mức độ tin cậy, tính đồng nhất và tính đại biểu của số liệu có tác dụng quyết định tới kết quả tính toán tần suất vì vậy phải coi trọng công việc thẩm tra tài liệu.

2. Dạng phân bố xác suất thường dùng

Phân tích tần suất là nghiên cứu khả năng xuất hiện các giá trị của biến số thủy văn, tỷ số để một biến số thủy văn nào đó có giá trị lớn hơn hoặc bằng một trị số x so với tổng các trị số có thể xuất hiện là vô cùng lớn gọi là xác suất, ký hiệu là $P\{X \geq x\}$, chúng nhận giá trị trong miền [0, 1] biểu thị khả năng xuất hiện của $X \geq x$, là hàm số của các giá trị x, $F(x) = P\{X \geq x\}$ gọi là hàm phân bố xác suất hoặc hàm phân bố, trong thủy văn thường thể hiện quan hệ đó trên hình vẽ, hình 1-5 gọi là đường phân bố xác suất, cũng gọi là đường phân bố tần suất.

www.vncold.vn



Hình 1-5. Đường phân bố xác suất

Khi có hàm phân bố xác suất của biến thủy văn ta có thể biết được khả năng xuất hiện của các trị số của biến số đó, đó là cơ sở ước lượng xác suất.

Nhiệm vụ của phân tích tần suất thủy văn là xác định hàm phân bố xác suất trên cơ sở của mẫu. Phương pháp phân tích xác suất trước tiên là xác định dạng đường, tức là chọn dạng hàm phân bố xác suất F(x; α; β; γ...) phù hợp với đặc trưng thủy văn; sau đó là ước lượng các thông số tức là tính toán các giá trị của các thông số α, β, γ...

Vì tổng thể thủy văn là chưa biết và cũng không thể dùng phương pháp thực nghiệm hay lý luận mà xác định được do đó cũng không thể xác định hàm phân bố xác suất của tổng thể. Người ta chỉ có thể thống kê nhiều mẫu có cùng một đặc trưng của các nơi, khái quát thành dạng phân bố xác suất của tổng thể. Hàm phân bố xác suất Pearson III, Kritxki - Menken và một số hàm phân bố xác suất khác.

a. Dạng hàm phân bố xác suất Pearson III

$$P = P\left(X \geq x\right) = \frac{\beta^{\alpha}}{\Gamma\left(\alpha\right)}\int_{x_p}^{\infty}\left(x - a_0\right)^{\alpha-1} e^{-\beta\left(x-a_0\right)}dx \qquad (1\text{-}20)$$

Rõ ràng x_p quyết định bởi 4 tham số P, α, β, a_0. Ta cũng biết ba thông số α, β, a_0 lại có quan hệ với $\bar{x}$, C_V, C_S. Vì vậy khi ba tham số $\bar{x}$, C_V, C_S đã biết thì x_p chỉ phụ thuộc vào P. Kết cấu công thức của dạng tích phân (1-20) tương đối phức tạp vì vậy người ta lập bảng tính sẵn để tiện tính toán (phụ lục 1). Căn cứ vào $\overline{X}$, C_V, C_S và P để tìm trị số Φ_p, thay vào công thức sau sẽ tính được X_p ứng với tần suất P:

$$X_P = \overline{X}\left(\Phi_P C_V + 1\right) \qquad (1\text{-}21)$$

Trong thủy văn vì C_S thường có sai số thống kê lớn nên người ta thường lấy $C_S = mC_V$, lúc đó tra bảng quan hệ $K_P = f(P, C_V, C_S = mC_V)$ được K_P sau đó tính X_P theo công thức (phụ lục 2):

$$X_P = \overline{X}K_P \qquad (1\text{-}22)$$

b. Dạng phân bố xác suất Kritxki - Menken

Khi chuỗi quan trắc cho giá trị $C_S \geq 3C_V$ thì sử dụng đường tần suất theo hàm phân bố xác suất Pearson III không còn nhạy nữa, lúc đó nên sử dụng hàm Kritxki - Menken sẽ thích hợp hơn. Ở nước ta về dòng chảy năm, dòng chảy nhỏ nhất thường cho $C_S \leq 2C_V$ nên phù hợp với hàm Pearson III còn dòng chảy lũ các sông phía Bắc thường cho $C_S \geq 4C_V$ nên dùng hàm phân bố xác suất Kritxki – Menken sẽ thích hợp hơn và an toàn hơn.

Hàm phân bố xác suất Kritxki – Menken có dạng:

$$P = P(X \geq x) = \frac{\alpha^{\alpha}}{\alpha^{\frac{\alpha}{\beta}} b\Gamma(\alpha)} X^{\frac{\alpha}{\beta}-1} e^{-\alpha\left(\frac{x}{a}\right)^{\frac{1}{6}}} \quad \text{với } 0 \leq x \leq \infty$$

trong đó: $\alpha = \frac{1}{C_V^2}$; a và b đều là hằng số. Hai ông lập ra bảng tính K_P với 7 trường hợp $C_S = 1C_V$, $1{,}5C_V$, $2C_V$, $3C_V$, $4C_V$, $5C_V$, $6C_V$ và $X_P = \overline{X}K_P$ (phụ lục 3).

3. Tần suất kinh nghiệm và giấy tần suất

Tần suất kinh nghiệm P_m của trị số x_m đứng thứ m trong chuỗi x_i sắp xếp từ lớn đến nhỏ được tính theo công thức:

$$P = \frac{m}{n+1} 100\% \quad (m = 1, 2, ..., n) \tag{1-23}$$

Chấm quan hệ x_m, p_m lên giấy xác suất ta được các điểm tần suất kinh nghiệm, xem hình 1-6.

4. Ước tính tham số

Khi dùng phương pháp đồ giải thích hợp trước tiên người ta dựa vào chuỗi số liệu thực đo ước lượng sơ bộ các tham số theo các phương pháp sau:

1) Ph- ơng pháp momen

Xác định các thông số theo các công thức sau:

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n} \tag{1-24}$$

$$C_V = \sqrt{\frac{\sum\left(x_i - \bar{x}\right)^2}{(n-1)\bar{x}^2}} = \sqrt{\frac{\sum x_i^2 - n\bar{x}^2}{(n-1)\bar{x}^2}} \tag{1-25}$$

$$C_S = \frac{\sum\left(x_i - \bar{x}\right)^3}{(n-3)\bar{x}^3 C_V^3} \tag{1-26}$$

Bảng 1-16. Phân bố χ^2 (theo Fisher và Yates)

Btd(υ) \ α	0,9	0,5	0,3	0,2	0,1	0,05	0,02	0,01	0,001
1	0,0158	0,455	1,074	1,642	2,706	3,841	5,412	6,635	10,827
2	0,211	1,386	2,408	3,219	4,605	5,991	7,824	9,210	13,815
3	0,584	2,366	3,665	4,642	6,251	7,815	9,837	11,345	16,266
4	1,064	3,357	4,878	5,989	7,779	9,488	11,668	13,277	18,466
5	1,610	4,351	6,064	7,289	9,236	11,070	13,388	15,086	20,515
6	2,204	5,348	7,231	8,558	10,645	12,592	15,033	16,812	22,457
7	2,833	6,346	8,383	9,803	12,017	14,067	16,622	18,475	24,321
8	3,490	7,344	9,524	11,030	13,362	15,507	18,168	20,090	26,124
9	4,168	8,343	10,656	12,242	14,684	16,919	19,679	21,666	27,877
10	4,865	9,342	11,781	13,442	15,987	18,307	21,161	23,209	29,588
11	5,578	10,341	12,899	14,631	17,275	19,675	22,618	24,725	31,264
12	6,304	11,340	14,011	15,812	18,549	21,026	24,054	26,217	32,909
13	7,041	12,340	15,119	16,985	19,812	22,362	25,471	27,688	34,527
14	7,790	13,339	16,222	18,151	21,064	23,685	26,873	29,141	36,124
15	8,547	14,339	17,322	19,311	22,307	24,996	28,259	30,578	37,698
16	9,312	15,338	18,418	20,465	23,542	26,296	29,633	32,000	39,252
17	10,085	16,338	19,511	21,615	24,769	27,587	30,995	33,409	40,791
18	10,865	17,338	20,601	22,760	25,989	28,869	32,346	34,805	42,312
19	11,651	18,338	21,689	23,900	27,204	30,144	33,687	36,191	43,819
20	12,443	19,337	22,775	25,038	28,412	31,410	35,020	37,566	45,314
21	13,240	20,337	23,858	26,171	29,615	32,671	36,343	38,932	46,796
22	14,041	21,337	24,939	27,301	30,813	33,924	37,659	40,289	48,268
23	14,848	22,337	26,018	28,429	32,007	35,172	38,968	41,638	49,728
24	15,659	23,337	27,096	29,553	33,196	36,415	40,270	42,980	51,179
25	16,473	24,337	28,172	30,675	34,382	37,652	41,566	44,314	52,619
26	17,292	25,336	29,246	31,795	35,563	38,885	42,856	45,642	54,051
27	18,114	26,336	30,319	32,912	36,741	40,113	44,140	46,963	55,475
28	18,939	27,336	31,391	34,027	37,916	41,337	45,419	48,278	56,892
29	19,768	28,336	32,461	35,139	39,087	42,557	46,693	49,588	58,301
30	20,599	29,336	33,530	36,250	40,256	43,773	47,962	50,892	59,702

www.vncold.vn

2. Tiêu chuẩn thống kê Smirnov- Kolmogorov

$$\Delta_{tt} = \max\left|P'_{(x_i)} - P_{(x)}\right| \qquad (1\text{-}61)$$

trong đó:

$P'_{(xi)}$ - giá trị tần suất điểm thực nghiệm;

$P_{(x)}$ - giá trị tần suất trên đường lý luận tương ứng với điểm thực nghiệm.

$\Delta_{th} = f(n, \alpha)$ tra theo bảng 1-17

$\Delta_{tt} < \Delta_{th}$ chấp nhận H_0

$\Delta_{tt} \geq \Delta_{th}$ bác bỏ H_0.

Thống kê Smirnov- Kolmogorov khác với thống kê χ^2 là không xét đến số tham số của hàm phân phối lý luận. Điều đó dẫn đến là hàm phân phối lý luận nào có nhiều tham số thường thường phù hợp với số liệu thục nghiệm hơn là hàm phân phối có số tham số ít hơn.

Thống kê Smirnov- Kologorov do tính chất đơn giản, đồng thời nó bác bỏ giả thiết H_0 nhiều hơn so với thống kê χ^2 nên trong tính toán thủy văn thường dùng.

Bảng 1-17. Giá trị thống kê cho Δ_{th}

n \ α	0,20	0,10	0,05	0,02
5	0,45	0,51	0,56	0,67
10	0,32	0,37	0,41	0,49
15	0,27	0,3	0,34	0,4
20	0,23	0,26	0,29	0,36
25	0,21	0,24	0,27	0,32
30	0,19	0,22	0,24	0,29
35	0,18	0,2	0,23	0,27
40	0,17	0,19	0,21	0,25
45	0,16	0,18	0,2	0,24
50	0,15	0,17	0,19	0,23
n > 50	$\frac{1,07}{\sqrt{n}}$	$\frac{1,22}{\sqrt{n}}$	$\frac{1,36}{\sqrt{n}}$	$\frac{1,63}{\sqrt{n}}$

www.vncold.vn

1.4.3. Ví dụ tính toán

1. Kiểm định tính thuần nhất

Chuỗi số Q_{max} hàng năm trạm ST - SH cho tại bảng 1-3. Hãy chia chuỗi số liệu thành 2 mẫu trước và sau ngày Hòa bình lập lại (1954), mẫu từ 1902 ÷ 1954 (53 năm) cho $\overline{X}_1 = 16300$ m^3/s và $\sigma_1 = 4125$m^3/s, mẫu từ 1955 ÷ 1998 (44 năm) cho $\overline{X}_2 = 17300$ m^3/s, $\sigma_2 = 5048$ m^3/s. Giả thiết hai mẫu đó là thuần nhất, nghĩa là rút ra cùng một tổng thể và độc lập nhau.

Giải:

1) Ứng dụng kiểm định thống kê Student t theo công thức:

$$t = \frac{\left|\overline{X}_1 - \overline{X}_2\right|}{S_d}$$

- Tính

$$S_d = S_c\sqrt{\frac{n_1 + n_2}{n_1 n_2}}$$

- Tính

$$S_c = \sqrt{\frac{S_1^2(n_1 - 1) + S_2^2(n_2 - 1)}{n_1 + n_2 - 2}} = \sqrt{\frac{4125^2(53-1) + 5048^2(44-1)}{53+44-2}} =$$

$$= 4566 \text{ m}^3/\text{s}$$

Vậy

$$S_d = 4566\sqrt{\frac{53+44}{53\times 44}} = 931 \text{ m}^3/\text{s}$$

và

$$t_{tt} = \frac{|16300 - 17300|}{931} = 1,07$$

Với $\alpha = 5\%$ và SBTD = $(n_1 - 1) + (n_2 - 1) = 95$ tra bảng 1-13 cho $t_{gh} = 1,990$

Vì $t_{tt} < t_{gh}$ nên chúng ta có thể kết luận khẳng định rằng sai khác giữa 2 số trung bình $\overline{X}_1$ và $\overline{X}_2$ là không *thực* tại mức ý nghĩa 5% và chỉ là do ngẫu nhiên.

2) Ứng dụng kiểm định thống kê Fisher theo công thức:

$$F_{tt} = \frac{S_1^2}{S_2^2} \quad \text{với } S_1 > S_2$$

$$F_{tt} = \left(\frac{5048}{4125}\right)^2 = 1,50$$

www.vncold.vn

Với

$$\nu_1 = n_1 - 1 = 44 - 1 = 43;$$

$$\nu_2 = n_2 - 1 = 53 - 1 = 52.$$

Tra bảng 1-15 được $F_{gh} = 1,667$ với $\alpha = 5\%$, $F_{tt} < F_{gh}$ vậy chênh lệch giữa hai phương sai ước tính là không *thực* và chỉ là do ngẫu nhiên.

2. Kiểm định tính phù hợp dạng phân bố tần suất

Với chuỗi số Q_{max} hàng năm trạm ST - SH dẫn ra trong bảng 1-3, các đặc trưng thống kê cho toàn chuỗi 1902 ÷ 1998 như sau: $\overline{X} = 17050$ m^3/s, $\sigma_{n-1} = 5797$ m^3/s, $C_V = 0,34$, $C_S = 6C_V = 2,04$. Giả thiết rằng dạng phân bố Kritxki - Menkel là phù hợp, hãy kiểm định thống kê theo tiêu chuẩn χ^2 và Smirnov-Kolmogorov.

1) Kiểm định phù hợp theo tiêu chuẩn χ^2

- Sắp xếp số liệu tính và vẽ đường tần suất kinh nghiệm và lý luận được chọn (xem bảng 1-4 và hình 1-7).
- Chia tần suất thành 10 cấp đều nhau, nghĩa là: $E_f = \dfrac{N}{K} = \dfrac{97}{10} = 9,7$ xem cột 1 và 2 trong bảng 1-18.
- Xác định khoảng cấp Q_{max} tương ứng với các cấp tần suất theo đường lý luận đã chọn (xem cột 3 bảng 1-18).
- Trích tần số kinh nghiệm theo từng khoảng cấp Q_{max} tương ứng (xem cột 4 bảng 1-18).
- Tính giá trị χ^2_{tt}.

Theo công thức 1-43 ta có:

$$\chi^2_{tt} = \frac{106,1}{9,7} = 10,94$$

Theo công thức 1-44 thì:

$$\chi^2_{tt} = \frac{10}{97}\left(49 + 49 + 144 + 169 + 121 + 100 + 100 + 225 + 81 + 9\right) - 97 =$$
$$= 10,94.$$

$$\text{SBTD} = 10 - 1 - 3 = 6,$$

tra bảng 1-6 với $\alpha = 5\%$:

$$\chi^2_{gh} = 12,592 > X^2_{tt}$$

Kết luận: Chấp nhận giả thiết H_0.

www.vncold.vn

2) Kiểm định phù hợp theo tiêu chuẩn Smirnov-Kolmogorov

Giả sử đường tần suất lý luận đã được vẽ với dạng phân bố Kritxki-Menkel có $C_V = 0{,}34$; $C_S = 6C_V$; $\overline{X} = 17050\ m^3/s$ như hình 1-7.

Giải:

Trên hình 1-7, ta tìm $\Delta_{tt} = \max\left|P'_{(X_i)} - P_{(X)}\right|$. Sau khi so sánh các Δ_i ta chọn giá trị ứng với $Q_{max} = 12400\ m^3/s$ cho $P'_{X_i} = 90{,}82\%$ và $P_X = 84\%$.

$$\Delta_{tt} = \max\left|P'_{X_i} - P_X\right| = 90{,}82 - 84 = 6{,}82\% = 0{,}0682$$

Với $\alpha = 5\%$, n = 97 ta tính được $\Delta_{th} = \dfrac{1{,}36}{\sqrt{97}} = 0{,}138 > \Delta_{tt} \Rightarrow$ chấp nhận H_0.

Bảng 1-18. Bảng tính χ^2 chuỗi Q_{max} Sơn Tây theo dạng đường phân bố Kritxki - Menkel

Tần suất P	E_f	Khoảng cấp Q_{max}	O_f	$O_f - E_f$	$(O_f - E_f)^2$
≤ 0,10	9,7	≥ 23800	7	- 2,7	7,29
0,10 < P ≤ 0,20	9,7	23800 ÷ 20700	7	- 2,7	7,29
0,20 < P ≤ 0,30	9,7	20700 ÷ 18500	12	2,3	5,29
0,30 < P ≤ 0,40	9,7	18500 ÷ 17000	13	3,3	10,89
0,40 < P ≤ 0,50	9,7	17000 ÷ 15800	11	1,3	1,69
0,50 < P ≤ 0,60	9,7	15800 ÷ 14750	10	0,3	0,09
0,60 < P ≤ 0,70	9,7	14750 ÷ 14000	10	0,3	0,09
0,70 < P ≤ 0,80	9,7	14000 ÷ 12500	15	5,3	28,09
0,80 < P ≤ 0,90	9,7	12500 ÷ 11380	9	-0,7	0,49
0,90 < P < 1,00	9,7	< 11380	3	-6,7	44,89
Tổng					106,1

1.4.4. Kiểm định tính ngẫu nhiên và xu thế

1. Kiểm định điểm ngoặt

Trong một dãy quan trắc X_i (i = 1, 2, ..., N) một điểm ngoặt P xuất hiện tại thời gian i nếu X_i là hoặc lớn hơn X_{i-1} và X_{i+1} hoặc X_i nhỏ hơn X_{i-1} và X_{i+1}.

Tiêu chuẩn điểm ngoặt được xét như sau:

Số kỳ vọng điểm ngoặt

$$E(p) = \frac{2}{3}(N-2) \tag{1-62}$$

www.vncold.vn

Phương sai của điểm ngoặt

$$\sigma^2_{(P)} = \frac{16N - 29}{90} \tag{1-63}$$

$$Z_{tt} = \frac{P - E(p)}{\sigma(p)} \tag{1-64}$$

Nếu $Z_{tt} < Z_{gh}$ (= ± 1,96 với α = 5%) chấp nhận giả thiết H_0. Ngược lại là bác bỏ giả thiết H_0 tại mức ý nghĩa đã cho.

Ví dụ:

Cho chuỗi số Q_{max} hàng năm tại trạm ST (sông Hồng) từ 1902 ÷ 1998 (bảng 1-3). Hãy kiểm định điểm ngoặt của chuỗi số đó. (Bảng 1-19)

Bảng 1-19. Xác định điểm ngoặt của chuỗi số Q_{max} ST

Năm	Q_{max}	Năm	Q_{max}	Năm	Q_{max}	Năm	Q_{max}
1902	14100	1927	**13200**	1952	**12800**	1977	16300
1903	**11600**	1928	**17600**	1953	15200	1978	**17800**
1904	**24000**	1929	**17300**	1954	**19100**	1979	**17200**
1905	15900	1930	12300	1955	**13300**	1980	**20000**
1906	**12400**	1931	**9630**	1956	**16500**	1981	16000
1907	**12700**	1932	**20300**	1957	16100	1982	**14000**
1908	**12000**	1933	14000	1958	**14300**	1983	**17800**
1909	**18300**	1934	**13800**	1959	**15200**	1984	**11400**
1910	**12500**	1935	14600	1960	**14900**	1985	16300
1911	**19600**	1936	**17100**	1961	**15600**	1986	**20600**
1912	**12900**	1937	16600	1962	**12400**	1987	13600
1913	**21700**	1938	**14600**	1963	12800	1988	**11100**
1914	**14600**	1939	15400	1964	**20400**	1989	12500
1915	**25100**	1940	**22100**	1965	**13000**	1990	**18700**
1916	**9630**	1941	**14900**	1966	**20300**	1991	**17800**
1917	**19300**	1942	17300	1967	**17200**	1992	**19200**
1918	17300	1943	**19000**	1968	24000	1993	**13100**
1919	13600	1944	**16300**	1969	**28300**	1994	16000
1920	**13500**	1945	**33500**	1970	21800	1995	22000
1921	**14900**	1946	**14800**	1971	**37800**	1996	**27400**
1922	**14200**	1947	**21800**	1972	**13900**	1997	**17300**
1923	**19000**	1948	15700	1973	**16400**	1998	20800
1924	17500	1949	**14700**	1974	12400		
1925	**11800**	1950	**16900**	1975	**12400**		
1926	**21000**	1951	14500	1976	15700		

www.vncold.vn

Trong bảng (1-19) các quan trắc được bôi đậm là những điểm ngoặt. Trong ví dụ p = 70.

$$E(p) = \frac{2}{3}(97-2) - 63,33$$

$$\sigma^2_{(P)} = \frac{16\times 97 - 29}{90} = 16,92$$

$$\sigma(p) = 4,114$$

$$Z_{tt} = \frac{70 - 63,33}{4,114} = 1,62 < Z_{gh}$$

Kết luận:

Giả thiết H_0 về tính độc lập ngẫu nhiên của chuỗi Q_{max} ST không bị bác bỏ tại mức ý nghĩa 5%.

2. Kiểm định tính xu thế theo thống kê tương quan hạng Kendal hay thống kê τ

Đối với một dãy $X_1, X_2, ..., X_i, ..., X_{N-1}, X_N$ phương pháp mẫu là xác định số lần P trong toàn bộ các cặp quan trắc ($X_i, X_j, j > i$) mà X_j lớn hơn X_i.

Tiêu chuẩn kiểm định:

Số kỳ vọng của P,

$$E(p) = \frac{N(N-1)}{4} \tag{1-65}$$

Thống kê

$$\tau = \frac{P - E(p)}{E(p)} = \frac{4P}{N(N-1)} - 1 \tag{1-66}$$

Nếu P xấp xỉ $\frac{N(N-1)}{2}$ là xu thế tăng.

P xấp xỉ = 0 là xu thế giảm.

Số kỳ vọng của τ,

$E(\tau) = 0$.

Phương sai của τ,

$$\mathrm{Var}(\tau) = \frac{2(2N+5)}{9N(N-1)} \tag{1-67}$$

$$Z_{tt} = \frac{\tau}{\{\mathrm{Var}(\tau)\}^{\frac{1}{2}}} \tag{1-68}$$

$Z_{gh} = \pm 1,96$ với mức ý nghĩa 5%.

3. Ví dụ

Kiểm định tính xu thế theo thống kê τ của chuỗi Q_{max} trạm ST cho ở bảng 1-3.

Giải:

Từ bảng 1-3 lập bảng 1-20, tính

$$\Sigma P_i = P = 2602$$

Tính

$$E(p) = \frac{97(97-1)}{4} = 2328$$

$$\tau = \frac{2602 - 2328}{2328} = 0{,}1177$$

$$\left\{Var(\tau)\right\}^{\frac{1}{2}} = \left(\frac{2(97\times 2+5)}{9\times 97\times 96}\right)^{\frac{1}{2}} = 0{,}0689$$

$$Z_{tt} = \frac{0{,}1177}{0{,}0689} = 1{,}708$$

$Z_{tt} < Z_{gh}$ chuỗi quan trắc Q_{max} trạm ST không khẳng định xu thế tăng nên giả thiết H_0 là không bị bác bỏ tại mức tin cậy 5%.

Bảng 1-20

Năm	P_i	Năm	P_i	Năm	P_i	Năm	P_i
1	67	26	60	50	32	74	21
2	91	27	22	51	40	75	16
3	6	28	24	52	30	76	13
4	48	29	65	53	12	77	9
5	85	30	67	54	34	78	10
6	81	31	13	55	19	79	4
7	85	32	51	56	22	80	11
8	26	33	52	57	28	81	11
9	79	34	47	58	26	82	7
10	18	35	25	59	26	83	13
11	74	36	26	60	25	84	8
12	10	37	44	61	34	85	3
13	58	38	37	62	30	86	8

www.vncold.vn

Năm	P_i	Năm	P_i	Năm	P_i	Năm	P_i
14	4	39	4	63	8	87	10
15	57	40	39	64	28	88	9
16	16	41	20	65	8	89	4
17	29	42	15	66	16	90	4
18	63	43	27	67	3	91	3
19	63	44	1	68	1	92	5
20	50	45	35	69	3	93	4
21	56	46	6	70	0	94	1
22	19	47	29	71	13	95	0
23	24	48	32	72	12	96	1
24	70	49	20	73	22	97	0
25	9						

1.4.5. Kiểm định hồi qui đối với xu thế tuyến tính

Kiểm định này có thể được thực hiện nếu cho rằng chúng là xấp xỉ tuyến tính.

Giả sử rằng các giá trị trong một chuỗi n số có thể biểu diễn bằng:

$$X_i = X_0 + \alpha U_i + \varepsilon_i \tag{1-69}$$

Kiểm định xem chúng có tồn tại một xu thế tuyến tính hay không? Tham số α có giá trị ước tính $\hat{\alpha}$ và phương sai là $S^2_{\hat{\alpha}}$. Kiểm định bằng tiêu chuẩn Student t:

$$t_{tt} = \frac{\hat{\alpha} - O}{S_{\hat{\alpha}}} \tag{1-70}$$

1. Xác định $\hat{\alpha}$

$$\hat{\alpha} = \frac{\sum_1^n \left(U_i - \overline{U}\right)\left(X_i - \overline{X}\right)}{\sum_1^n \left(U_i - \overline{U}\right)^2} \tag{1-71}$$

hay

$$\hat{\alpha} = \frac{\sum_1^n \left(U_i X_i - n\overline{U}\,\overline{X}\right)}{\sum_1^n U_i^2 - n\overline{U}^2} \tag{1-72}$$

2. Xác định $S_{\hat{\alpha}}$

$$S_{\hat{\alpha}}^2 = \frac{S^2}{\sum_1^n \left(U_i - \overline{U}\right)^2} \qquad (1\text{-}73)$$

trong đó:

S - Sai số tiêu chuẩn của đường hồi qui,

$$S = \sqrt{\frac{\sum_1^n \varepsilon_i^2}{n - K - 1}} \qquad (1\text{-}74)$$

K - Số ràng buộc, K = 1

$$\sum_1^n \varepsilon_i^2 = \sum_1^n \left(X_i - \overline{X}\right)^2 - \hat{\alpha}^2 \sum_1^n \left(U_i - \overline{U}\right)^2 \qquad (1\text{-}75)$$

3. Ví dụ tính toán

Cho chuỗi số quan trắc Q_{max} trạm HB sông Đà thời kỳ 1956 ÷ 1985 cột 1 và 2 bảng (1-21).

Tính toán:

Theo số liệu đã cho ta lập bảng tính để kiểm định hồi qui đối với xu thế tuyến tính (bảng 1-21).

Bảng 1-21

U_i	X_i	U_iX_i	$X_i^2.10^6$
1	10300	10300	106,090
2	9500	19000	90,250
3	9200	27600	84,640
4	8930	35720	79,745
5	8640	43200	74,650
6	10900	65400	118,810
7	7790	54530	60,684
8	6490	51920	42,120
9	17200	154800	295,840
10	8070	80700	65,125
11	12800	140800	163,840
12	10200	122400	104,040
13	11100	144300	123,210

U_i	X_i	U_iX_i	$X_i^2.10^6$
14	15800	221200	249,640
15	13700	205500	187,690
16	16200	259200	262,440
17	10300	175100	106,090
18	7540	135720	56,852
19	8460	160740	71,572
20	8280	165600	68,558
21	8080	169680	65,286
22	9710	213620	94,284
23	8630	198490	74,477
24	8700	208800	75,690
25	7160	179000	51,266
26	10200	265200	104,040
27	7320	197640	53,582
28	10400	291200	108,160
29	10400	301600	108,160
30	9770	293100	95,453
Tổng	**301770**	**4592060**	**3242,284**

Từ bảng 1-21 tính được:

$$\overline{X} = 10059$$

$$\sigma_n = 2625$$

$$\sum_1^{30} U_i X_i = 4592060$$

$$\sum_1^{30} X_i^2 = 3242283500$$

$$\sum_1^{30} U_i = \frac{30 \times 31}{2} = 465$$

$$\overline{U} = \frac{31}{2} = 15,5$$

$$\sum_1^{30} U_i^2 = \frac{30(30+1)(2 \times 30 + 1)}{6} = 9455$$

$$\sum_{1}^{30}\left(U_i-\overline{U}\right)\left(X_i-\overline{X}\right)=\sum_{1}^{30}U_iX_i-30\overline{U}\overline{X}=$$

$$=4592060-30\times15,5\times10059=-85375$$

$$\hat{\alpha}=\frac{\sum_{1}^{30}\left(U_i-\overline{U}\right)\left(X_i-\overline{X}\right)}{\sum_{1}^{30}\left(U_i-\overline{U}\right)^2}=-37,99$$

$$\sum_{1}^{30}\varepsilon_i^2=\sum_{1}^{30}\left(X_i-\overline{X}\right)^2-\hat{\alpha}\sum_{1}^{30}\left(U_i-\overline{U}\right)^2=206859952,5$$

$$S^2=7387855,5$$

$$S_{\hat{\alpha}}^2=\frac{S^2}{\sum_{1}^{30}\left(U_i-\overline{U}\right)^2}=3287,1$$

$$S_{\hat{\alpha}}=57,33$$

$$t_{tt}=\frac{\hat{\alpha}-O}{S_{\hat{\alpha}}}=\frac{-37,99}{57,33}=-0,663$$

Vì $t_{tt} < t_{gh}$ với mức ý nghĩa 5% nên không thể bác bỏ giả thiết H_0.

1.5. TÍNH TOÁN TRUNG BÌNH TR ỢT ĐỐI VỚI MỘT QUÁ TRÌNH THỦY VĂN

1.5.1. Quá trình thủy văn không đổi - Trung bình tr- ợt đơn

1. Lý thuyết

Giả sử rằng, một chuỗi thời gian được tạo bởi một quá trình thủy văn không đổi cộng với sai số ngẫu nhiên ε_t như:

$$X_t = b + \varepsilon_t \tag{1-76}$$

ε_t - một biến ngẫu nhiên với số trung bình $\overline{\varepsilon}_t=0$, phương sai σ_ε^2;

b - một tham số chưa biết.

Theo phân tích thống kê thì tham số $\hat{b}$ có thể được ước tính bằng:

$$\hat{b}=\frac{1}{N}\sum_{t=T-N+1}^{T}X_t\equiv M_t \tag{1-77}$$

hay

$$M_T = \frac{X_T + X_{T-1} + X_{T-2} + ... + X_{T-N+1}}{N} \quad (1\text{-}78)$$

Tại mỗi thời kỳ quan trắc xưa nhất bị bỏ ra và thêm vào một quan trắc mới nhất. Vì thế M_T gọi là một *trung bình trượt đơn N - thời kỳ*. Tại cuối thời kỳ T, dự báo đối với thời kỳ tương lai $T + \tau$ đúng là:

$$\hat{X}_{T+\tau}(T) = M_T \quad (1\text{-}79)$$

Ta có thể viết (1-78) thành dạng:

$$M_T = \frac{X_T + (X_{T-1} + X_{T-2} + ... + X_{T-N+1}) - X_{T-N}}{N}$$

mà $$M_{T-1} = \frac{X_{T-1} + X_{T-2} + ... + X_{T-N+1} + X_{T-N}}{N}$$

nên $$M_T = M_{T-1} + \frac{X_T - X_{T-N}}{N} \quad (1\text{-}80)$$

Nghĩa là có thể tính M_T trực tiếp từ giá trị trước M_{T-1}.

2. Ví dụ

Cho chuỗi quan trắc 43 năm (1957 ÷ 1999) mực nước triều trung bình H_{tb} hàng năm tại Hòn Dáu (cột 1, 2 bảng 1-19). Tính trung bình trượt đơn, M_T?

Giải:

1) Giả sử chúng ta dùng trung bình trượt năm - thời kỳ, vì mực nước triều trung bình H_{tb} của 5 thời kỳ đầu là:

$$X_1 = 185;\ X_2 = 184;\ X_3 = 185;\ X_4 = 186;\ X_5 = 189,$$

nên trung bình trượt N thời kỳ đầu là:

$$M_5 = \frac{185 + 184 + 185 + 186 + 189}{5} = 185,8$$

2) Di chuyển về phía trước tới năm thứ 6, chúng ta tìm được M_6 bằng cách bỏ X_1 và thêm X_6, thu được:

$$M_6 = \frac{184 + 185 + 186 + 189 + 182}{5} = 185,2$$

Đơn giản hơn, ta tính M_6 như sau:

$$M_6 = M_5 + \frac{X_6 - X_1}{5} = 185,8 + \frac{182 - 185}{5} = 185,2$$

www.vncold.vn

3) Lần lượt tính M_7, M_8, ... ghi vào cột (3) bảng (1-22). Trên hình vẽ (1-11) $H_{tb} \sim T$ cho ta xu thế không phải là số không đổi mà là tăng dần. Vì vậy, cần tính trung bình trượt đối với quá trình xu thế tuyến tính.

1.5.2. Quá trình thủy văn có xu thế tuyến tính - trung bình tr- ợt kép

1. Lý thuyết

Giả sử quá trình chuỗi thời gian là:

$$X_t = b_1 + b_2 t + \varepsilon_t \tag{1-81}$$

trong đó:

b_1, b_2 - Các tham số chưa biết;

ε_t - Thành phần sai số ngẫu nhiên với số trung bình bằng 0 và phương sai σ_ε^2.

Xét một trung bình trượt của các trung bình trượt gọi là trung bình trượt kép, nghĩa là:

$$M_T^{[2]} = \frac{M_T + M_{T-1} + ... + M_{T-N+1}}{N} \tag{1-82}$$

trong đó chỉ số trên trong dấu ngoặc [2] ký hiệu một thống kê bậc 2, không phải một số bình phương. Một phương pháp luân phiên để tính $M_T^{[2]}$ là:

$$M_T^{[2]} = M_{T-1}^{[2]} + \frac{M_T - M_{T-N}}{N} \tag{1-83}$$

Tương tự như phương trình (1-64) đối với trung bình trượt đơn

$$\hat{b}_1 = 2M_T - M_T^{[2]} - \hat{b}_2 T \tag{1-84}$$

$$\hat{b}_2 = \frac{2}{N-1}\left[M_T - M_T^{[2]}\right] \tag{1-85}$$

Ước tính giá trị quan trắc trong thời kỳ T sẽ là:

$$\hat{X}_T = \hat{b}_1 + \hat{b}_2 T = 2M_T - M_T^{[2]} \tag{1-86}$$

Phương pháp trung bình trượt kép có thể được dùng để dự báo các thời kỳ trong tương lai. Dự báo cho thời kỳ T + τ thu được bằng phép ngoại suy xu thế các thời kỳ τ trong tương lai theo:

$$\hat{X}_{T+\tau}(T) = \hat{X}_T + \hat{b}_2 \tau$$

Vì vậy phương trình dự báo là:

$$\hat{X}_{T+\tau}(T) = 2M_T - M_T^{[2]} + \tau\left(\frac{2}{n-1}\right)\left(M_T - M_T^{[2]}\right) \tag{1-87}$$

www.vncold.vn

Ví dụ:

Với chuỗi quan trắc mực nước triều trung bình H_{tb} 43 năm tại Hòn Dáu (1957 ÷ 1999) cho ở bảng 1-22 (cột 1 và 2). Hãy tính trung bình trượt kép và dự báo trước 1 năm được lập tại cuối năm T?

Giải:

1) Quá trình chuỗi số H_{tb} được coi như xấp xỉ tốt bởi một mô hình xu thế tuyến tính và trung bình trượt kép 5 - năm được dùng để dự báo hàng năm trước 1 năm. Các trung bình trượt đơn M_T có thể tính toán cho mỗi năm bắt đầu ở thời kỳ 5 và được chỉ ra trong cột 3 bảng (1-22). Ngay khi có 5 trung bình trượt đơn là có thể sử dụng để tính trung bình trượt kép theo phương trình (1-82). Điều này cho trung bình trượt kép ở năm thứ 9 như chỉ ra trong cột 4 bảng (1-22). Tiếp sau, trung bình trượt kép có thể được tính từ phương trình (1-82) hay (1-83).
2) Các dự báo trước một năm được lập tại cuối năm T được tính từ phương trình (1-87) với τ = 1 và chỉ ra trong cột cuối cùng của bảng (1-22), chẳng hạn:

$$\hat{X}_{10}(9) = 2M_9 - M_9^{[2]} + \tau\left(\frac{2}{N-1}\right)\left(M_9 - M_9^{[2]}\right)$$

$$= 2\times 183 - 184{,}5 + 1\left(\frac{2}{5-1}\right)(183 - 184{,}5) = 180{,}8$$

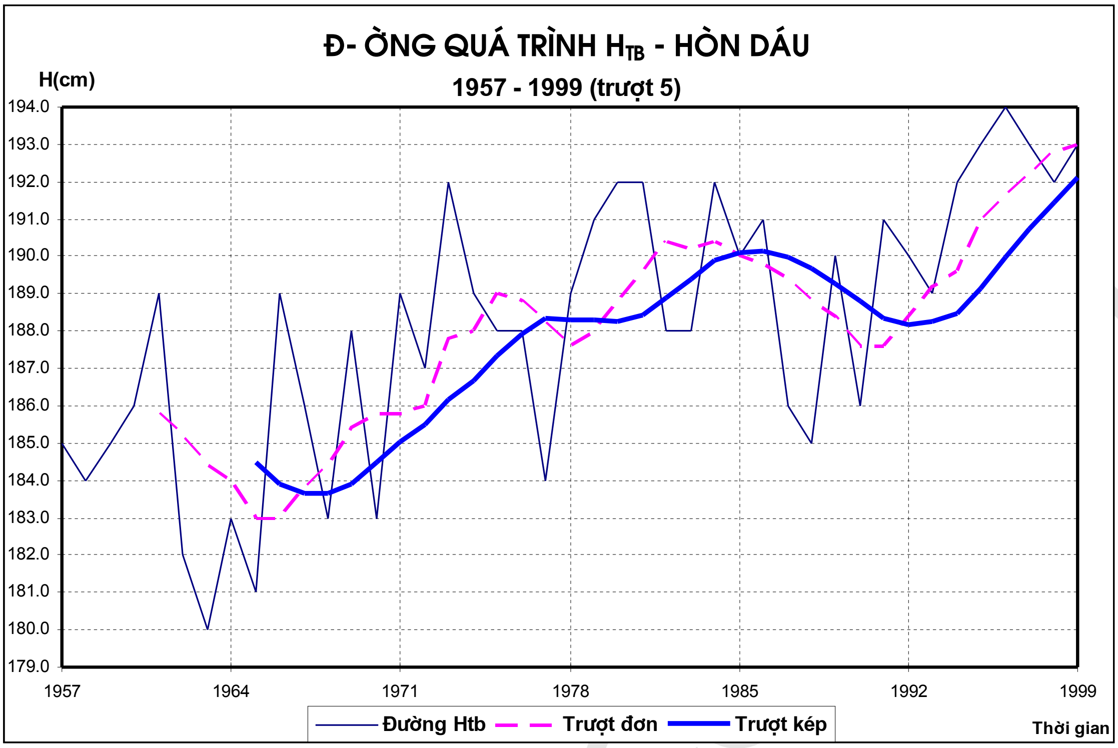
Bảng 1-22. Tính toán và dự báo theo phương pháp trung bình kép H_{tb} tại Hòn Dáu

Năm	H_{tb} (cm)	Trung bình trượt đơn, M_T	Trung bình trượt kép, $M_T^{[2]}$	Dự báo trước 1 năm $\hat{X}_T(T-1)$
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
1	185,0			
2	184,0			
3	185,0			
4	186,0			
5	189,0	185,8		
6	182,0	185,2		
7	180,0	184,4		
8	183,0	184,0		
9	181,0	183,0	184,5	
10	189,0	183,0	183,9	180,8
11	186,0	183,8	183,6	181,6
12	183,0	184,4	183,6	184,0

www.vncold.vn

Năm	H_{tb} (cm)	Trung bình trượt đơn, M_T	Trung bình trượt kép, $M_T^{[2]}$	Dự báo trước 1 năm $\hat{X}_T(T-1)$
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
13	188,0	185,4	183,9	185,5
14	183,0	185,8	184,5	187,6
15	189,0	185,8	185,0	187,8
16	187,0	186,0	185,5	186,9
17	192,0	187,8	186,2	186,8
18	189,0	188,0	186,7	190,3
19	188,0	189,0	187,3	190,0
20	188,0	188,8	187,9	191,5
21	184,0	188,2	188,4	190,1
22	189,0	187,6	188,3	188,0
23	191,0	188,0	188,3	186,5
24	192,0	188,8	188,3	187,5
25	192,0	189,6	188,4	189,6
26	188,0	190,4	188,9	191,3
27	188,0	190,2	189,4	192,7
28	192,0	190,4	189,9	191,4
29	190,0	190,0	190,1	191,2
30	191,0	189,8	190,2	189,8
31	186,0	189,4	190,0	189,3
32	185,0	188,8	189,7	188,6
33	190,0	188,4	189,3	187,5
34	186,0	187,6	188,8	187,1
35	191,0	187,6	188,4	185,8
36	190,0	188,4	188,2	186,5
37	189,0	189,2	188,2	188,8
38	192,0	189,6	188,5	190,6
39	193,0	191,0	189,2	191,3
40	194,0	191,6	190,0	193,8
41	193,0	192,2	190,7	194,1
42	192,0	192,8	191,4	194,4
43	193,0	193,0	192,1	194,8
				194,3

www.vncold.vn



Hình 1-11

1.6. PH ƠNG PHÁP PHÂN TÍCH ĐIỀU HÒA

Xét một chuỗi xu thế - tự do X_1, X_2, ..., X_n của các biến cách đều nhau tại các khoảng thời gian Δt đã biết ta có một thành phần tuần hoàn. Biểu diễn hàm điều hòa của dãy số đó là:

$$X_t = \mu + \sum_{i=1}^{L} \lambda_i \sin\left(\frac{2\pi t}{T} i + \varphi_i\right) + \in_i \tag{1-88}$$

trong đó:

$\in_i$ - thành phần ngẫu nhiên;

μ - số trung bình tổng thể, μ = E(X);

$\frac{i}{T}$, $\frac{T}{t}$ - tần số xuất hiện và độ dài sóng (là số lần cố định giữa các đỉnh liên tiếp trong mỗi trường hợp) tương ứng của hai hàm điều hòa, i = 1, 2, ..., L;

λ_i, ϕ_i - biên độ (nửa độ cao đường cong hình sin của mỗi điều hòa) và các pha (dịch chuyển ngang của các đường cong hình sin đối với gốc tương ứng.

Nghiên cứu một trường hợp mà chu trình đó có, không có tổn thất phổ biến, một độ dài sóng 1 năm là tần số cơ sở tương ứng với i = 1 trong phương trình (1-88). Nếu các điểm $\tau = 1, 2, 3, ..., p$ định rõ thời khoảng của chu kì, thì các số trung bình chu kỳ ước tính từ dãy quan trắc $X_1, X_2, X_3, ..., X_n$ cho bởi:

$$m_\tau = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_\tau + p(i-1) \qquad (1\text{-}89)$$

trong đó: n - số năm tài liệu, $n = \frac{N}{p}$.

Giả sử μ_τ - biểu thị các số trung bình thích hợp điều hòa đối với giá trị của τ trong chu trình năm đó. Để ước tính các giá trị μ_τ cần thiết phải chuyển đổi t, X_t và T trong (1-88) bằng τ, m_τ và p. Sau đó viết $\frac{p}{2}$ thay L và khai triển số hạng sin của phương trình (1-88) với việc dùng các hệ số A_i, B_i.

$$\mu_\tau = \mu + \sum_{i=1}^{p/2} A_i \sin\left(\frac{2\pi_i\tau}{p}\right) + \sum_{i=1}^{p/2} B_i \cos\left(\frac{2\pi_i\tau}{p}\right) \qquad (1\text{-}90)$$

Để ước tính μ, A_i và B_i; $i = 1, 2, ..., {}^{p}\!/_{2} - 1$, chúng ta cực tiểu hóa tổng bình phương của các hiệu số giữa các giá trị p của m_τ và μ_τ. Sau một quá trình diễn toán, các tham số $\hat{A}_i$, $\hat{B}_i$; $i = 1, 2, ..., {}^{p}\!/_{2} - 1$, có thể ước tính theo các biểu thức sau:

$$\begin{aligned} \hat{A}_i &= \frac{2}{p}\sum_{\tau=1}^{p} m_\tau \sin\left(\frac{2\pi_i\tau}{p}\right), \quad i = 1, 2, ..., {}^{p}\!/_{2} - 1 \\ \hat{A}_{p/2} &= 0 \end{aligned} \qquad (1\text{-}91)$$

$$\begin{aligned} \hat{B}_i &= \frac{2}{p}\sum_{\tau=1}^{p} m_\tau \cos\left(\frac{2\pi_i\tau}{p}\right), \quad i = 1, 2, ..., {}^{p}\!/_{2} - 1 \\ \hat{B}_{p/2} &= \frac{1}{p}\sum_{\tau=1}^{p} m_\tau (-1)^\tau \end{aligned} \qquad (1\text{-}92)$$

Ví dụ:

Cho các chuỗi số quan trắc dòng chảy tháng tại Buôn Hồ, S.Krong Buk (m^3/s). Hãy xác lập hàm điều hòa của dòng chảy tháng trung bình nhiều năm trong thời kỳ 1977 ÷ 1986.

www.vncold.vn

- Lập bảng tính xác định

$$\bar{Q}_{tháng} = m_\tau;\ \tau - 1, 2, 3, ..., 12 \text{ ứng với tháng I, II, III, ..., XII}$$

$$\bar{Q}_n = \mu = 3,94$$

- Các bước tính lần lượt:

1) N = 10 x 12 = 120;

2) Từ (1-91) ta viết:

$$\hat{A}_1 = \frac{2}{12}\Big[3,22\sin\frac{2\pi}{12} + 2,12\sin\frac{4\pi}{12} + 1,5\sin\frac{6\pi}{12} + 1,27\sin\frac{8\pi}{12} + $$

$$+ 1,35\sin\frac{10\pi}{12} + 2,18\sin\frac{12\pi}{12} + 2,65\sin\frac{14\pi}{12} + 4,67\sin\frac{16\pi}{12} + $$

$$+7,12\sin\frac{18\pi}{12} + 8,46\sin\frac{20\pi}{12} + 7,68\sin\frac{22\pi}{12} + 4,98\sin\frac{24\pi}{12}\Big]$$

$$\hat{A}_1 = \frac{1}{6}\big[3,22\times 0,5 + 2,12\times 0,866 + 1,5\times 1,0 + 1,27\times 0,866 + $$

$$+ 1,35\times 0,5 + 2,18\times 0 + 2,65\times(-0,5) + 4,67\times(-0,866) + $$

$$+ 7,12\times(-1,0) + 8,46\times(-0,866) + 7,68\times(-0,5) + 4,98\times 0\big] = $$

$$= -2,935$$

Tiếp tục tính $\hat{A}_2$, $\hat{A}_3$, $\hat{A}_4$ và $\hat{A}_5$ theo (1-91). Từ (1-91) ta có: $\hat{A}_6 = 0$

Từ (1-92) tính được $\hat{B}_1$, $\hat{B}_2$, $\hat{B}_3$, $\hat{B}_4$, $\hat{B}_5$. Từ (1-92) cho $\hat{B}_6 = 0,01333$.

Bảng 1-23. Tóm tắt kết quả

i	A_i	B_i	i	A_i	B_i
1	- 2,935	1,849	4	- 0,0316	0,0117
2	- 0,880	- 0,378	5	- 0,143	- 0,143
3	- 0,011	- 0,037	6	0	0,01333

Từ (1-90) và bảng A_i, B_i ta tính được μ_I, μ_{II}, ..., μ_{XII}

$$\mu_I = 3,94 + A_1\sin\frac{2\pi}{12} + A_2\sin\frac{4\pi}{12} + A_3\sin\frac{6\pi}{12} + A_4\sin\frac{8\pi}{12} + $$

$$+ A_5\sin\frac{10\pi}{12} + A_6\sin\pi + B_1\cos\frac{2\pi}{12} + B_2\cos\frac{4\pi}{12} + B_3\cos\frac{6\pi}{12} + $$

$$+ B_4\cos\frac{8\pi}{12} + B_5\cos\frac{10\pi}{12} + B_6\cos\pi = 3,17 \qquad (\text{xem bảng 1-24})$$

Ứng dụng phương pháp phân tích điều hòa nhằm mô phỏng quá trình biến đổi dòng chảy có tính chu kỳ như: thủy triều, dòng chảy phân phối trong năm trung bình nhiều năm. Kết quả có thể ứng dụng để xác định các biên thủy triều (biên biển) hoặc có thể dùng xác định các thông số đặc trưng để phân vùng thủy văn... Giá trị trung bình nhiều năm được tính với chuỗi số quan trắc có n ≥ 10 năm.

Bảng 1-24

Năm	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII
1977	1,81	1,33	0,88	0,71	0,74	0,58	0,96	0,89	4,18	5,23	3,98	2,45
1978	1,43	0,67	0,91	0,63	0,78	0,91	1,60	3,46	7,22	9,94	6,85	3,73
1979	2,96	2,00	1,37	0,87	1,22	4,39	5,60	9,19	7,09	8,85	7,05	4,15
1980	2,86	1,60	1,03	0,93	1,78	1,73	1,73	2,06	7,56	9,56	13,00	6,25
1981	3,68	2,72	1,90	2,19	1,69	3,72	4,27	9,32	9,16	10,50	13,00	8,58
1982	5,45	3,57	2,36	2,00	1,67	3,16	3,67	3,58	7,03	6,14	4,42	2,79
1983	2,48	1,59	1,14	0,79	0,83	0,95	1,09	3,45	4,62	7,56	4,87	3,49
1984	3,86	2,31	1,60	1,37	1,58	2,31	2,50	6,45	8,90	10,80	10,60	7,94
1985	4,59	3,30	2,24	2,11	1,83	3,09	3,66	4,88	7,41	7,29	6,21	4,41
1986	3,03	2,12	1,61	1,15	1,37	0,96	1,40	3,38	8,05	8,73	6,84	5,98
$\overline{X}$	3,215	2,121	1,504	1,274	1,349	2,180	2,648	4,666	7,122	8,460	7,682	4,977

www.vncold.vn